**GUÍA N°3 MATEMÁTICA**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Nombre:** |  | **Curso:** | **III medio** | **Fecha** |  |

|  |
| --- |
| **INSTRUCCIONES**:   * No necesita imprimir toda la guía para su resolución la parte a trabajar es la de ejercicios que se encuentra al final de esta guía. * El correo para las consultas y envió de guías resueltas es [patricia.rebolledo@elar.cl](mailto:patricia.rebolledo@elar.cl). * Se anexa a la guía el archivo de Excel para que pueda construir las tablas que se le piden. * Último plazo de envío 1er martes de vuelta de vacaciones. |

|  |
| --- |
| **Objetivos:** Calcular e interpretar Varianza, Desviación Estándar y Rango, para datos no agrupados y agrupados.  **Contenidos:** Varianza, Desviación Estándar y Rango, para datos no agrupados y agrupados. |

**Medidas de Dispersión**

Continuando con las medidas de dispersión, en esta guía veremos **Varianza, Desviación Estándar o Desviación típica y Rango.**

**Para más detalles vea el siguiente video:**

<https://www.youtube.com/watch?v=Efg6G8vlVUA>

**Varianza**

Con base en la definición de la **desviación media**, en donde se toman los valores absolutos de las desviaciones respecto a su media aritmética, tenemos que al elevar al cuadrado las desviaciones, obtenemos valores positivos. **Al sumar los cuadrados de las desviaciones y dividir entre el número total de elementos N. tenemos como resultado la varianza**.

**La varianza de un conjunto de elementos X1, X2, X3,…Xn se define como la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones respecto a la media aritmética; se representa por el símbolo S2: y matemáticamente se expresa por la ecuación:**

**Varianza para datos agrupados**

**Ejemplo**

Encuentre la varianza, para el conjunto de datos numéricos 8, 15, 11, 5, 10, 12, 8 y 13.

**1er paso**: encontrar la media de los datos:

**2do paso**: una vez obtenido el valor de , calculamos :

**Interpretación:** los valores presentan una variabilidad alta, es decir, la distancia entre los valores es amplia o la dispersión entre los valores es alta.

**Cálculo de varianza usando tablas:**

A continuación, se muestra el mismo cálculo, pero usando tablas, quedando de la siguiente forma:

Este valor permite calcular la varianza

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Nros** | |  |  |
| 8 | | -2,25 | 5,0625 |
| 15 | | 4,75 | 22,5625 |
| 11 | | 0,75 | 0,5625 |
| 5 | | -5,25 | 27,5625 |
| 10 | | -0,25 | 0,0625 |
| 12 | | 1,75 | 3,0625 |
| 8 | | -2,25 | 5,0625 |
| 13 | | 2,75 | 7,5625 |
| **Total** | **82** |  | **71,5** |

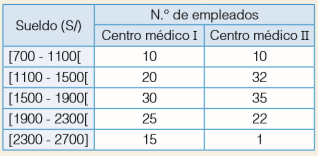
Este valor nos permite calcular la **media**

N=8

**Desviación típica para datos agrupados**

**Ejemplo**

Al encuestar a los empleados de dos centros médicos, se obtuvo la información de la tabla. Calcula las medidas estadísticas que te permitan determinar cuál de las empresas distribuye el presupuesto de sueldos con más homogeneidad.



Para realizar los cálculos, se realiza una tabla similar a la anterior, en cada caso, Centro de médico I y Centro médico II, tal como se muestra a continuación:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Sueldos** | **N° de empleados Centro Médico I** | | | | | |
| **Frecuencia Absoluta (fi)** |  |  |  |  |  |
| [700-1100[ | 10 | 900 | 9000 | -860 | 739600 | 7396000 |
| [1100-1500[ | 20 | 1300 | 26000 | -460 | 211600 | 4232000 |
| [1500-1900[ | 30 | 1700 | 51000 | -60 | 3600 | 108000 |
| [1900-2300[ | 25 | 2100 | 52500 | 340 | 115600 | 2890000 |
| [2300-2700[ | 15 | 2500 | 37500 | 740 | 547600 | 8214000 |
| **Total** | **100** |  | **176000** |  |  | **22840000** |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Sueldos** | **N° de empleados Centro Médico II** | | | | | |
| **Frecuencia Absoluta (fi)** |  |  |  |  |  |
| [700-1100[ | 10 | 900 | 9000 | -688 | 473344 | 4733440 |
| [1100-1500[ | 32 | 1300 | 41600 | -288 | 82944 | 2654208 |
| [1500-1900[ | 35 | 1700 | 59500 | 112 | 12544 | 439040 |
| [1900-2300[ | 22 | 2100 | 46200 | 512 | 262144 | 5767168 |
| [2300-2700[ | 1 | 2500 | 2500 | 912 | 831744 | 831744 |
| **Total** | **100** |  | **158800** |  |  | **14425600** |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

*Ahora comparamos los resultados y podemos ver qué Centro médico I tiene una varianza de 228400 y Centro médico II tiene una varianza de 144256, luego al comparar las cifras podemos concluir que los sueldos del Centro médico II son más homogéneos, es decir hay menos diferencia que en el Centro médico I.*

Es necesario hacer una distinción entre lo que es **varianza de la población** que se simboliza por letra griega minúscula llamada **sigma** y la **varianza de la muestra** extraída de la misma población y que se simboliza por **S2**.

Si en las ecuaciones de la varianza para datos no agrupados y agrupados, se dividen entre N -1 en lugar de N. el valor resultante representa un **estimador** de una población de la que se ha tomado una muestra. es decir, se utiliza la varianza de la muestra para determinar la varianza de la población de la que proviene. Cuando N> 30, prácticamente no existe diferencia entre los dos denominadores, es decir, se puede utilizar N o N-1.

**Desviación típica**

Para un conjunto de elementos numéricos X1, X2, X3,…,XN, la desviación típica se define como la raíz cuadrada del cuadrado de la media de los cuadrados de las desviaciones respecto a la media aritmética, es decir, es la raíz cuadrada de la varianza; se representa por el símbolo S y matemáticamente se expresa por la ecuación:

**Desviación típica para datos no agrupados**

La desviación típica también se denomina **desviación estándar** **o** **raíz cuadrado medio de las desviaciones**.

**Ejemplo**

Para calcular la Deviación típica basta sacar la raíz cuadra de la varianza, si tomamos el ejemplo del conjunto de datos numéricos 8, 15, 11, 5, 10, 12, 8 y 13, visto en varianza, sólo nos queda sacar la raíz cuadrada del número obtenido:

Por tanto,

Luego la desviación estándar:

**Lo que significa que los datos muestran una dispersión de 2,98956519, es decir tiene una distancia de alrededor de 3 unidades entre sí.**

**Desviación típica para datos agrupados**

Si se tiene un conjunto X1, X2, …,XN, que se presenta con veces de frecuencia. Respectivamente, la desviación típica o estándar se determina matemáticamente por la ecuación:

**Ejemplo**

Al igual que en el cálculo de desviación estándar de datos no agrupados, hacemos lo mismo para datos agrupados, con la diferencia, claro está que la calculamos con la varianza de datos agrupados.

Tomamos el ejemplo visto de varianza para datos agrupados y no queda de la siguiente forma:

**Al encuestar a los empleados de dos centros médicos, se obtuvo la información de la tabla. Calcula las medidas estadísticas que te permitan determinar cuál de las empresas distribuye el presupuesto de sueldos con más homogeneidad.**

Por tanto, , varianza para Centro médico I

**Luego la desviación estándar, para Centro médico I:**

y por otro lado tenemos para Centro médico II

, varianza para Centro médico II

**Luego la desviación estándar, para Centro médico II:**

*Finalmente se tiene que el Centro médico II presenta menor dispersión entre los sueldos, luego los sueldos son más homogéneos que en el Centro médico I*

Al igual que en la varianza, tenemos que la **desviación típica de la población** se simboliza por la letra griega y la **desviación típica de la muestra** que proviene de la misma población se simboliza por **S**.

La desviación típica o estándar es la medida de dispersión más importante y que también presenta la característica de que sus ecuaciones para datos no agrupadas y agrupados pueden dividirse entre N -1 en lugar de N.

**El rango (R)**

**El rango, también se conoce como recorrido estadístico**, **es un valor numérico que indica la diferencia entre el valor máximo y el mínimo de una población o muestra estadística.**

El rango suele ser utilizado para obtener la dispersión total. Es decir, si tenemos una muestra con dos observaciones: 10 y 100 euros, el rango será de 90 euros.

Sobre todo, en **finanzas**, el rango es muy útil para observar cuán grande podría llegar a ser una variación o cambio. Vale la pena mencionar también que, en no pocas ocasiones, el rango no es una medida fija.

Por ejemplo, imaginemos que el crecimiento del **producto interior bruto (PIB)** de un país, ha estado entre el 3 y el 5% durante los últimos 20 años. El rango para estos datos será del 2%, pero esto no quiere decir que siempre vaya a ser ese. De modo que si en el año 21, el crecimiento es del -1%, el rango de los últimos 21 años pasará del 2% al 6%.

**Para ver con mayor detalle Varianza y Desviación estándar visite el siguiente link**

<https://www.youtube.com/watch?v=_Z8WpYMPK4w>

<https://www.youtube.com/watch?v=hLmsEFNaOgY>

**Ejercicios**

1. La siguiente tabla de distribuciones de frecuencias registra la masa en kilogramos de 126 niños que nacieron en distintos hospitales y sanatorios, el 13 de febrero de 2007, determine la varianza, desviación estándar y rango de los datos e interprete los resultados.

|  |  |
| --- | --- |
| **Intervalo (masa)** | **Niños fi** |
| 2,3-2,6 | 1 |
| 2,7-3,0 | 7 |
| 3,1-3,4 | 13 |
| 3,5-3,8 | 25 |
| 3,9-4,2 | 32 |
| 4,3-4,6 | 24 |
| 4,7-5,0 | 16 |
| 5,1-5.4 | 8 |
| **Total** | **126** |

2. El departamento de recursos humanos de una empresa metalúrgica, preocupado por la salud de sus trabajadores, ha contratado a personal para que realice un estudio sobre el peso corporal de algunos de sus empleados. Para ello, dicho personal ha realizado una encuesta a una muestra de 50 trabajadores. Los datos obtenidos (en kilogramos) son los siguientes:

61,7 68,7 72,2 72,8 73,2 73,4 73,6 73,8 74,3 74,5 74,7 74,9 75,1 75,2 75,6 75,8 75,8 75,9 76,1 76,1 76,4 76,5 76,5 76,8 76,8 76,9 77,0 77,3 77,8 77,9 78,2 78,6 78,9 79,0 79,0 79,6 80,3 80,8 80,8 80,9 86,8 87,9 88,9 89,9 95,1 96,3 96,9 98,6 110,2 120,5

Ordenados en la siguiente tabla:

|  |  |
| --- | --- |
| *Pesos en kg* | *Frecuencia* |
| 70,1 | 2 |
| 78,5 | 29 |
| 86,9 | 10 |
| 95,3 | 4 |
| 103,7 | 3 |
| 112,1 | 1 |
| 120,5 | 1 |

A) Determine el peso promedio de los trabajadores.

B) Determine la varianza de los pesos de los trabajadores.

C) Determine la desviación estándar de los pesos de los trabajadores.

D) Determine el rango de los pesos de los trabajadores.

E) Compare los resultados e indique si la empresa metalúrgica debe aplicar algún plan de prevención de salud para sus trabajadores.